Universidad Simón Bolívar
Departamento de Conversión y Transporte de Energía
Introducción a la Ingeniería Eléctrica CT-1212

Primer Parcial - 40 %

1. En la figura 1 se tiene una señal de tensión y una señal de corriente. Halle las expresiones sinusoidales $u(t)$ e $i(t)$. Indique si las señales de tensión y corriente corresponden a un sistema predominantemente inductivo o capacitivo. Obtenga el fasor de tensión y de corriente. **(10pts)**

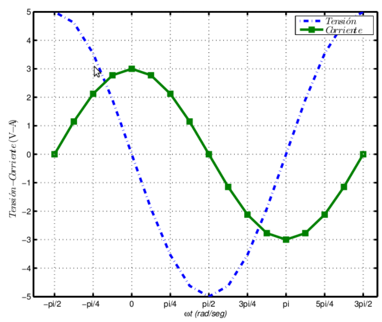

Figura 1: Señales de tensión y corriente

2. En un circuito RL paralelo se conoce que $\dot{Y} = 1 - j5\,\mho$ cuando la frecuencia es de 10 Hz. Halle la reactancia equivalente, el valor de la resistencia y la inductancia. **(5pts)**

3. Para la señal de tensión $v(t)$ que se muestra en la figura 2 **(15pts)**

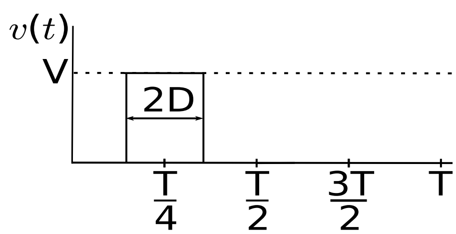

Figura 2: Señal de tensión $v(t)$

$$0 \leq 2D \leq \frac{T}{2}$$

a) Halle el valor medio y el valor eficaz de $v(t)$

b) Halle el valor de D tal que el valor medio y el valor eficaz de $v(t)$ sean iguales

4. El circuito que se muestra en la figura 3 se encuentra en régimen permanente sinusoidal. Los datos se presentan en la tabla 1. Las fuentes de tensión son

$$v_{g_1}(t) = 20\sqrt{2}\cos(2000t)\ \text{V}$$
$$v_{g_2}(t) = 18\sqrt{2}\,\text{sen}(2000t + \pi)\ \text{V}$$

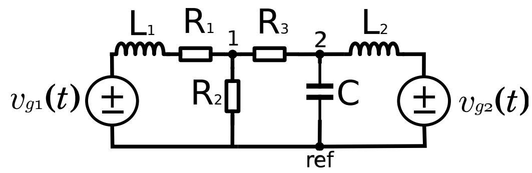

Figura 3: Circuito en régimen permanente sinusoidal

Tabla 1: Datos

L_1	L_2	R_1	R_2	R_3	C
1 mH	2 mH	1 Ω	2 Ω	1 Ω	500 μF

a) Halle los fasores de tensión del nodo 1 y nodo 2 (utilice el método de mallas) **(15pts)**

b) Dibuje el diagrama fasorial de las corrientes en el nodo 1, y de las tensiones entre el nodo 1 y el nodo 2 (verifique en el diagrama el cumplimiento de las leyes de Kirchoff) **(10pts)**

c) Halle la corriente entregada por cada una de las fuentes de tensión en el dominio de la frecuencia y en el tiempo **(10pts)**

d) Empleando el teorema de Thévenin calcule la energía consumida en 1 h si se conecta entre el nodo 1 y referencia una carga de $R_c = 10\,\Omega$**(10pts)**

5. En la cocina-lavandero de una casa se tienen los siguientes equipos eléctricos: una nevera de 1000 W, un calentador de 2000 W, una lavadora de 1500 W, una secadora de 1000 W, un horno de 2000 W y ocho bombillos de 100 W cada uno.

a) Si se conoce que la nevera y el calentador se utilizan 3 h y 4 h por día respectivamente. La lavadora realiza 5 ciclos de 1 h cada uno por semana, mientras la secadora 4 ciclos de 1, 5 h por semana. La mitad de los bombillos se encienden durante 4 h al día y el horno se enciende 0, 5 h al día. Determine el consumo de energía al mes. **(20pts)**

b) La compañía eléctrica desea crear nuevos hábitos en el consumo de energía eléctrica, para ello decide dividir la tarifa en dos horarios

Tabla 2: Horarios de consumo

Horarios	Tarifa
6:00AM-10:00PM	A BsF/kWh
10:01PM-5:59AM	B BsF/kWh

La idea consiste en que aquellos consumidores que utilicen la lavadora y la secadora en el horario correspondiente a la tarifa B, ahorren un 15 % de la factura, si se mantiene constante la tarifa A (utilizada antes de la nueva estrategia). **¿Cuánto tiene que reducirse la tarifa B para lograr el objetivo?** (utilice los datos de la pregunta a). Desde el punto de vista del sistema eléctrico **¿qué beneficio tiene este tipo de estrategia? (5pts)**

SOLUCIÓN

1. Expresiones sinusoidales de $u(t)$ e $i(t)$

   A partir de la figura 1 se observa:

$$u\left(t\right) = 5\cos\left(\omega t + {}^{\pi}\!/_{2}\right)\ \mathrm{V}$$

$$i\left(t\right) = 3\cos\left(\omega t\right)\ \mathrm{A}$$

   Ahora determinamos los fasores de tensión y corriente:

$$\overline{U} = \frac{5}{\sqrt{2}}\,\mathrm{V}\angle 90°$$

$$\overline{I} = \frac{3}{\sqrt{2}}\,\mathrm{A}\angle 0°$$

   Como la corriente atrasa a la tensión en 90° el sistema es inductivo puro.

2. En la figura 4 se muestra que la impedancia equivalente corresponde al paralelo entre la impedancia de la resistencia y del inductor:

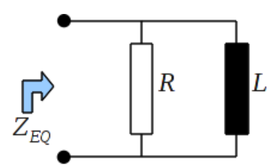

Figura 4: Impedancia equivalente

$$\dot{Z}_{EQ} = \frac{1}{\dot{Y}_{EQ}} = R_{EQ} + jX_{EQ} = \frac{1}{26} + j\frac{5}{26}\,\Omega$$

$$\Rightarrow X_{EQ} = \frac{5}{26}\,\Omega = 0{,}1923\,\Omega$$

   Para determinar los parámetros del circuito

$$\dot{Y} = G - jB \Rightarrow RL\,\text{paralelo} \Rightarrow \begin{array}{c} G = \frac{1}{R} \\ B = \frac{1}{\omega L} \end{array}$$

$$R = 1\,\Omega$$

$$L = \frac{1}{(5\,\mho)(2\pi 10\,\mathrm{Hz})} = 3{,}1831\,\mathrm{mH}$$

3. Valor medio

$$V_m = \frac{1}{T}\int_0^T v\left(t\right)dt = \frac{1}{T}\int_{\frac{T}{4}-D}^{\frac{T}{4}+D} V\,dt = \frac{1}{T}\,(\text{área bajo la curva})$$

$$V_m = \frac{2D}{T}V$$

   Valor eficaz

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v(t)^2dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\left(\begin{array}{c} \acute{a}rea\,bajo\,la\,curva \\ al\,cuadrado \end{array}\right)} = \sqrt{\frac{2D}{T}}V$$

4. $\overline{V}_{G1} = 20\,\mathrm{V}\angle 0°$

$$v_{g_2}(t) = \sqrt{2}18\mathrm{sen}\left(2000t + \pi\right)\ \mathrm{V} = \sqrt{2}18\cos\left(2000t + \pi/4\right)$$

$$\overline{V}_{G2} = 18V\ \mathrm{V}\angle 45°$$

$\dot{Z}_{L1} = j2000\,\mathrm{rad/s}\,1\,\mathrm{mH} = j\,2\,\Omega$

$$\dot{Z}_1 = R_1 + \dot{Z}_{L1} = 3 + j2\,\Omega$$

$$\dot{Z}_{L2} = j2000\,\mathrm{rad/s}\,2\,\mathrm{mH} = j\,4\,\Omega$$

$$\dot{Z}_C = \frac{-j}{2000\,\mathrm{rad/s}\,500\,\mu\mathrm{F}} = -j1\,\Omega$$

En la figura 5 se observa el circuito convertido al dominio de la frecuencia

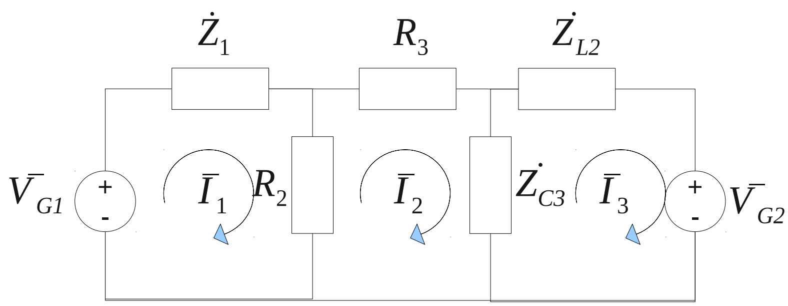

Figura 5: Circuito en el dominio de la frecuecia

Malla 1

$$\bar{V}_1 - \dot{Z}_1\bar{I}_1 - R_2\left(\bar{I}_1 - \bar{I}_2\right) = 0$$

$$\bar{V}_1 = \left(\dot{Z}_1 + R_2\right)\bar{I}_1 + R_2\bar{I}_2$$

Malla 2

$$R_2\left(\bar{I}_1 - \bar{I}_2\right) - R_3\bar{I}_2 - \dot{Z}_C\left(\bar{I}_2 - \bar{I}_3\right) = 0$$

$$-R_2\bar{I}_1 - \left(R_2 + R_3 + \dot{Z}_C\right)\bar{I}_2 - \dot{Z}_C\bar{I}_3 = 0$$

Malla 3

$$\dot{Z}_C\left(\bar{I}_2 - \bar{I}_3\right) - \dot{Z}_{L2}\bar{I}_3 + \bar{V}_2 = 0$$

$$-\bar{V}_2 = -\dot{Z}_C\bar{I}_2 + \left(\dot{Z}_C + \dot{Z}_L\right)\bar{I}_3$$

En forma matricial

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ 0 \\ -\bar{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_1 + R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + \dot{Z}_C & -\dot{Z}_C \\ 0 & -\dot{Z}_C & \dot{Z}_C + \dot{Z}_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \end{bmatrix}$$

$$[V] = [Z_{malla}]\,[I]$$

$$[Z_{malla}] = \begin{bmatrix} 3 + j2 & -2 & 0 \\ -2 & 3 - j1 & j1 \\ 0 & j1 & j3 \end{bmatrix}\ \Omega$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8{,}9430\,\mathrm{A}\angle-29{,}4887° \\ 6{,}1926\,\mathrm{A}\angle 10{,}9956° \\ 7{,}3562\,\mathrm{A}\angle 148{,}4514° \end{bmatrix}$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_{G1} - \bar{I}_1 \dot{Z}_1 = 11{,}676\,\mathrm{V}\angle-73{,}0136°$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_{G2} - \left(-\bar{I}_3\right)\dot{Z}_{L2} = 12{,}6327\,\mathrm{V}\angle-102{,}1918°$$

En la siguiente figura se muestra el nodo 1

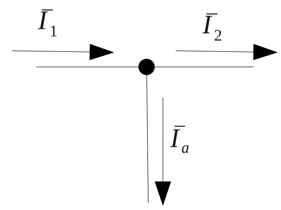

Figura 6: Nodo 1

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_a + \bar{I}_2 \Rightarrow \bar{I}_a = 5{,}838\,\mathrm{A}\angle-73{,}0136°$$

En la figura 7 se presenta el diagrama fasorial de corrientes para el nodo 1

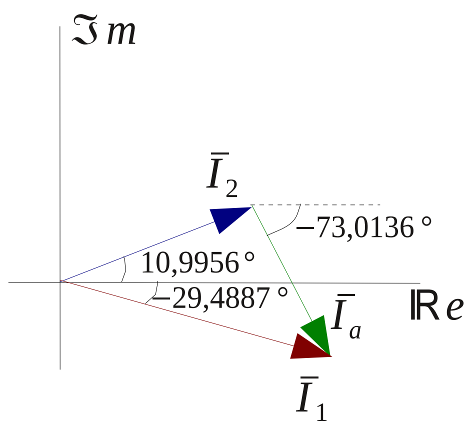

Figura 7: Diagrama fasorial de corrientes

El diagrama fasorial de tensiones se le deja al lector.

Corriente entregada por los generadores

$$\bar{I}_{G1} = \bar{I}_1 \Rightarrow i_{g1}(t) = \sqrt{2}8{,}9430\cos\left(2000t - 0{,}5147\right)\ \mathrm{A}$$

$$\bar{I}_{G2} = -\bar{I}_3 = 7{,}3562\,\mathrm{A}\angle-31{,}5486°$$

$$i_{g2}(t) = \sqrt{2}7{,}3562\cos\left(2000t - 0{,}5506\right)\ \mathrm{A}$$

Para determinar la potencia consumida por la nueva resistencia utilizamos el teorema de Thévenin:

$$\bar{V}_{TH} = \bar{V}_1$$

$$\dot{Z}_{TH} = \left(\dot{Z}_{L2}||\dot{Z}_C + R_3\right)||R_2||\dot{Z}_1 = 0{,}9381 - 0{,}0708\,\Omega$$

En la siguiente figura se presenta el equivalente de Thévenin

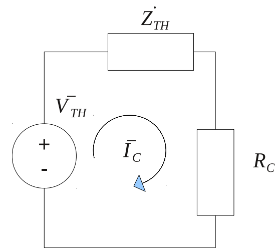

Figura 8: Equivalente de Thévenin

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{V}_{TH}}{\dot{Z}_{TH} + R_C} = 6{,}0206\,\mathrm{A}\angle - 70{,}9215°$$

A partir de la definición de corriente eficaz se calcula la enrgía consumida por la resistencia

$$W_{R_C} = I_C^2 R_C t = 36{,}2472\,\mathrm{Wh}$$

El problema 2 está resuelto en la preparaduria 1